



练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学

必修第一册 RJA

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答案本

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

【学习目标】

1. 能说明对数的含义，解释对数的真数、底数的意义及其取值范围，明确对数与指数的关系，并能根据对数的定义进行指数式与对数式的互化.
2. 了解常用对数与自然对数的概念与表示.
3. 掌握对数的性质以及对数恒等式.

◆ 知识点一 对数的概念

1. 定义:一般地,如果 $a^x = N (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$, 那么数 x 叫作_____的对数,记作_____, 其中 a 叫作对数的_____, N 叫作_____.
2. 以 10 为底的对数叫作_____, 并把 $\log_{10} N$ 记为_____. 以无理数 $e = 2.718\ 28\cdots$ 为底的对数称为_____, 并且把 $\log_e N$ 记为_____.
3. 根据对数的定义,可以得到对数与指数间的关系:当 $a > 0, \text{且 } a \neq 1$ 时, $a^x = N \Leftrightarrow$ _____.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) $\log_a N (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 是 \log_a 与 N 的乘积. ()
 - (2) $(-2)^4 = 16$ 可化为 $\log_{(-2)} 16 = 4$. ()
 - (3) 对数式 $\log_3 2$ 与 $\log_2 3$ 的意义一样. ()
 - (4) 对数运算的实质是求幂指数. ()
2. 在对数概念中,为什么规定 $a > 0, \text{且 } a \neq 1$ 呢?

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二 函数单调性的证明

- 例 2** (1) 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 求证: $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增.
- (2) 判断并证明函数 $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的单调性.

变式 讨论函数 $f(x) = \frac{ax}{x^2 - 1} (a \neq 0)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上的单调性.

[素养小结]

利用定义证明函数单调性的步骤:

- (1) 取值: 设 x_1, x_2 是定义域内的任意两个值, 且 $x_1 < x_2$;
- (2) 作差变形: 作差 $f(x_1) - f(x_2)$, 并通过因式分解、通分、配方、有理化等手段, 转化为易判断正负的关系式;
- (3) 定号: 确定 $f(x_1) - f(x_2)$ 的符号;
- (4) 结论: 根据 $f(x_1) - f(x_2)$ 的符号与定义确定单调性.

拓展 [2024·湖南长郡中学高一月考] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 对于任意的 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$, 判断并证明 $f(x)$ 的单调性.

◆ 探究点一 幂函数的概念

例 1 (1) (多选题) 下列函数中, 是幂函数的是 ()

- A. $y = x^3$ B. $y = x^5 + 1$
C. $y = \sqrt{x}$ D. $y = x^{-2}$

(2) [2024·广东阳江高一期中] 已知幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $f(8) =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\sqrt{2}$

变式 (1) 已知幂函数 $f(x) = kx^\alpha$ 的图象过点 $(2, 4)$, 则 $k + \alpha =$ _____.

(2) 若函数 $f(x)$ 是幂函数, 且满足 $f(4) = 8f(2)$, 则 $f(1) + f(\frac{1}{3}) =$ _____.

[素养小结]

判断一个函数是否为幂函数的依据是该函数是否为 $y = x^\alpha$ (α 为常数) 的形式, 即函数的解析式为一个幂的形式, 且需满足: (1) 指数为常数; (2) 底数为自变量; (3) 系数为 1. 反之, 若一个函数为幂函数, 则该函数应具备这三个条件, 这是我们解决某些问题的隐含条件.

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型三 指、对数函数性质的应用

[类型总述] (1)利用单调性比较大小；(2)指、对数复合函数的单调性.

例 4 (1)(多选题)已知函数 $f(x) = \ln(e^{2x} + 1) - x$, 则 ()

- A. $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R}
- B. $f(x)$ 的值域为 \mathbf{R}
- C. $f(x)$ 为偶函数
- D. $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增

◆ 题型七 三角函数求值

[类型总述] 三角函数求值主要有三种类型：(1)给角求值；(2)给值求值；(3)给值求角.

变式 (1)[2023·新课标 II 卷] 已知 α 为锐角，

$$\cos \alpha = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}, \text{ 则 } \sin \frac{\alpha}{2} = \quad ()$$

- A. $\frac{3 - \sqrt{5}}{8}$
- B. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{8}$
- C. $\frac{3 - \sqrt{5}}{4}$
- D. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$

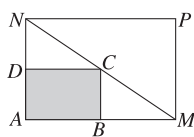
04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

16. 现有如图所示的矩形地块 $AMPN$, 其中 $AM = 60 \text{ m}$, $AN = 40 \text{ m}$, 现根据市政规划建设占地如图中矩形 $ABCD$ 所示的幼儿园, 要求顶点 C 在地块的对角线 MN 上, B, D 分别在边 AM, AN 上.

(1)要使幼儿园的占地面积不小于 576 m^2 , AB 的长度应该在什么范围内?

(2)如何设计才能使幼儿园的占地面积最大? 最大面积是多少?



■ 思维探索 选做题

15. [2024·湖北鄂东南省级示范高中高一期中] 设函数 $\varphi(x)$ 的定义域为 D , 如果存在区间 $[a, b] \subset D$, 使得 $\varphi(x)$ 在 $[a, b]$ 上的取值范围为 $[a, b]$ 且单调, 则称 $[a, b]$ 为函数 $\varphi(x)$ 的保值区间.

已知幂函数 $f(x) = (p^2 + p - 1)x^{p - \frac{1}{2}}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

(1)函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2)若函数 $\varphi(x) = 2f(x+1) - k$ 存在保值区间, 则实数 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

▮ 滚动习题 (七)

范围 4.3~4.4

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

3. [2024·江苏无锡高一期末] 已知对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过点 $(4, \frac{1}{2})$, 则 $\log_4 a =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. 4

5. 为了得到函数 $y = \log_3 \frac{x}{27}$ 的图象, 可以将函数 $y = \log_3 x$ 的图象 ()

- A. 向下平移 3 个单位长度
- B. 向上平移 3 个单位长度
- C. 向左平移 3 个单位长度
- D. 向右平移 3 个单位长度

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

7. 下列函数中,既是偶函数又在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = 3^{1+x+1}$
- B. $y = \ln(x+1) + \ln(x-1)$
- C. $y = x^2 + 2$
- D. $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. [2024·天津滨海新区高一期末] 已知 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 则用 a, b 表示 $\log_3 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

Contents

01 第一章 集合与常用逻辑用语

PART ONE

- 1.1 集合的概念 练 001/导 219
- 1.2 集合间的基本关系 练 003/导 221
- 1.3 集合的基本运算 练 005/导 224
- 第 1 课时 集合的并集、交集 练 005/导 224
- 第 2 课时 集合的全集、补集 练 007/导 226
- 🔍 滚动习题 (一) [范围 1.1~1.3] 练 009
- 1.4 充分条件与必要条件 练 011/导 228
- 1.4.1 充分条件与必要条件 练 011/导 228
- 1.4.2 充要条件 练 013/导 229
- 1.5 全称量词与存在量词 练 015/导 231
- 1.5.1 全称量词与存在量词 练 015/导 231
- 1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定 练 017/导 232
- 🔍 滚动习题 (二) [范围 1.4~1.5] 练 019
- 🔍 本章总结提升 导 234

02 第二章 一元二次函数、方程和不等式

PART TWO

- 2.1 等式性质与不等式性质 练 021/导 237
- 第 1 课时 不等关系与不等式 练 021/导 237
- 第 2 课时 等式性质与不等式性质 练 023/导 238
- 2.2 基本不等式 练 025/导 240
- 第 1 课时 利用基本不等式求最值 练 025/导 240
- 第 2 课时 基本不等式的简单应用 练 027/导 242
- 2.3 二次函数与一元二次方程、不等式 练 029/导 244
- 第 1 课时 二次函数与一元二次方程、不等式 练 029/导 244
- 第 2 课时 一元二次不等式的简单应用 练 031/导 247
- 🔍 滚动习题 (三) [范围 2.1~2.3] 练 033
- 🔍 本章总结提升 导 249

03 第三章 函数的概念与性质

PART THREE

- 3.1 函数的概念及其表示 练 035/导 252
- 3.1.1 函数的概念 练 035/导 252
- 第 1 课时 函数的概念 (一) 练 035/导 252
- 第 2 课时 函数的概念 (二) 练 037/导 254
- 3.1.2 函数的表示法 练 039/导 256
- 第 1 课时 函数的表示法 练 039/导 256
- 第 2 课时 分段函数 练 041/导 259
- 3.2 函数的基本性质 练 043/导 261
- 3.2.1 单调性与最大 (小) 值 练 043/导 261
- 第 1 课时 函数的单调性 练 043/导 261
- 第 2 课时 利用单调性求最值 练 045/导 264
- 3.2.2 奇偶性 练 047/导 267
- 第 1 课时 奇偶性的概念 练 047/导 267
- 第 2 课时 奇偶性的应用 练 049/导 269
- 🔍 滚动习题 (四) [范围 3.1~3.2] 练 051
- 3.3 幂函数 练 053/导 271
- 3.4 函数的应用 (一) 练 055/导 273
- 🔍 滚动习题 (五) [范围 3.1~3.4] 练 057
- 🔍 本章总结提升 导 275

04 第四章 指数函数与对数函数

PART FOUR

- 4.1 指数 练 059/导 280
- 4.1.1 n 次方根与分数指数幂 练 059/导 280
- 4.1.2 无理数指数幂及其运算性质 练 059/导 280
- 4.2 指数函数 练 061/导 282
- 4.2.1 指数函数的概念 练 061/导 282
- 4.2.2 指数函数的图象和性质 练 063/导 284
- 第 1 课时 指数函数的图象和性质 练 063/导 284
- 第 2 课时 指数函数的图象及其性质的应用 练 065/导 286
- 🔍 滚动习题 (六) [范围 4.1~4.2] 练 067

4.3 对数	练 069/导 289
4.3.1 对数的概念	练 069/导 289
4.3.2 对数的运算	练 071/导 291
4.4 对数函数	练 073/导 293
4.4.1 对数函数的概念	练 073/导 293
4.4.2 对数函数的图象和性质	练 075/导 295
第1课时 对数函数的图象和性质	练 075/导 295
第2课时 对数函数的图象及其性质的应用	练 077/导 297
习题课 指数函数与对数函数的图象与性质	练 079
4.4.3 不同函数增长的差异	练 081/导 299
▶ 滚动习题(七) [范围 4.3~4.4]	练 083
4.5 函数的应用(二)	练 085/导 301
4.5.1 函数的零点与方程的解	练 085/导 301
4.5.2 用二分法求方程的近似解	练 087/导 303
4.5.3 函数模型的应用	练 089/导 305
▶ 滚动习题(八) [范围 4.5]	练 091
▶ 本章总结提升	导 308

05 第五章 三角函数

PART FIVE	
5.1 任意角和弧度制	练 093/导 312
5.1.1 任意角	练 093/导 312
5.1.2 弧度制	练 095/导 315
5.2 三角函数的概念	练 097/导 317
5.2.1 三角函数的概念	练 097/导 317
5.2.2 同角三角函数的基本关系	练 099/导 320
5.3 诱导公式	练 101/导 323
第1课时 诱导公式(一)	练 101/导 323
第2课时 诱导公式(二)	练 103/导 324
▶ 滚动习题(九) [范围 5.1~5.3]	练 105

5.4 三角函数的图象与性质	练 107/导 326
5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	练 107/导 326
5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	练 109/导 328
第1课时 周期性与奇偶性	练 109/导 328
第2课时 单调性、最大值与最小值	练 111/导 331
5.4.3 正切函数的性质与图象	练 113/导 333
5.5 三角恒等变换	练 115/导 335
5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	练 115/导 335
第1课时 两角差的余弦公式	练 115/导 335
第2课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	练 117/导 337
第3课时 二倍角的正弦、余弦、正切公式	练 119/导 339
5.5.2 简单的三角恒等变换	练 121/导 341
第1课时 三角函数式的化简与求值	练 121/导 341
第2课时 三角函数公式的应用	练 123/导 343
▶ 滚动习题(十) [范围 5.4~5.5]	练 125
5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	练 127/导 345
5.6.1 匀速圆周运动的数学模型	练 127/导 345
5.6.2 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	练 127/导 345
第1课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	练 127/导 345
第2课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质的应用	练 130/导 348
5.7 三角函数的应用	练 133/导 351
▶ 滚动习题(十一) [范围 5.6~5.7]	练 136
▶ 本章总结提升	导 355
◆ 参考答案(练习册)	练 139
◆ 参考答案(导学案)	导 361

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第三章]	卷 05
阶段素养测评卷 [第一章~第三章]	卷 07

单元素养测评卷(四) [第四章]	卷 09
单元素养测评卷(五) [第五章]	卷 11
模块素养测评卷 [第一章~第五章]	卷 13
参考答案	卷 15

1.1 集合的概念

一、选择题

- [2024·广东深圳名校高一期中] 下列对象的全体可以组成集合的是 ()
 - 人口密度大的国家
 - 所有美丽的城市
 - 地球上的四大洋
 - 优秀的高中生
- [2024·辽宁朝阳高一期中] 下列说法正确的有 ()

① $\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \in \mathbf{N}^*$; ③ $-1 \in \mathbf{N}$; ④ $2 + \sqrt{2} \in \mathbf{Q}$;

⑤ $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$.

 - 1个
 - 2个
 - 3个
 - 4个
- 集合 $\{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$ 的另一种表示方法是 ()
 - $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 - $\{1, 2, 3, 4\}$
 - $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 已知集合 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y | y = x^2 + 1\}$, $E = \{x | y = x^2 + 1\}$, $F = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$, $G = \{x | x \geq 1\}$, 则 ()
 - P 与 F 相等
 - Q 与 E 相等
 - E 与 F 相等
 - Q 与 G 相等
- [2024·湖南长沙高一期中] 集合 $A = \{3, -1\}$, $B = \{m^2 - 2m, -1\}$, 且 A 与 B 中元素相同, 则实数 $m =$ ()
 - 3
 - 1
 - 3 或 -1
 - 1
- 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | x = 3a, a \in A\}$, 则集合 $B =$ ()
 - $\{9\}$
 - $\{6\}$
 - $\{6, 9\}$
 - $\{6\}$ 或 $\{9\}$ 或 $\{6, 9\}$
- 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ()
 - 3
 - 6
 - 8
 - 10

- 已知集合 $P = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $M = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 且 $a \in P, b \in Q$, 则 ()
 - $a + b \in P$
 - $a + b \in Q$
 - $a + b \in M$
 - 以上都不对
- (多选题)[2024·浙江温州十校联合体高一联考] 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2\sqrt{2}x + a - 1 = 0\}$ 中只有 1 个元素, 则 a 的取值可能为 ()
 - 0
 - 2
 - 1
 - 4

二、填空题

- 集合 $A = \left\{ x \mid x \in \mathbf{Z}, \frac{8}{6-x} \in \mathbf{N} \right\} =$ _____ . (用列举法表示)
- 若集合 A 是不等式 $x - a > 0$ 的解集, 且 $2 \notin A$, 则实数 a 的取值范围是 _____ .
- 含有三个实数的集合可表示为 $\left\{ a, \frac{b}{a}, 1 \right\}$, 也可以表示为 $\{a^2, a + b, 0\}$, 则 $a^{2023} + b^{2024}$ 的值为 _____ .

三、解答题

- 用适当的方法表示下列集合.
 - 由 1, 2, 3 三个数字中的两个数字 (没有重复数字) 组成的自然数的集合;
 - 方程 $\sqrt{2x+1} + |y-2| = 0$ 的解集;
 - 平面直角坐标系中, 横纵坐标满足条件 $\begin{cases} 0 < x - 1 < 3, \\ 0 \leq y + 2 \leq 2 \end{cases}$ 的整数点 (横纵坐标均为整数) 组成的集合.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

14. 记方程 $x^2 - x - m = 0$ 的解构成的集合为 M , 若 $2 \in M$, 试写出集合 M 中的所有元素, 并用列举法表示集合 M .

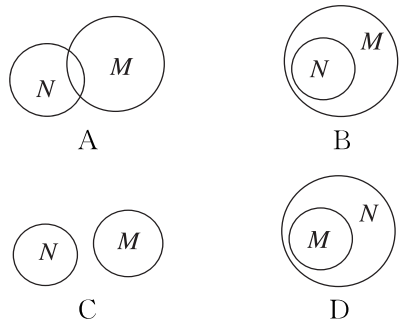
► 思维探索 选做题

15. [2024·重庆南开中学高一月考] 已知有限集 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, 定义集合 $B = \{a_i + a_j \mid 1 \leq i < j \leq n, i, j \in \mathbf{N}^*\}$ 中的元素个数为集合 A 的“容量”, 记为 $L(A)$. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 1 \leq x \leq 4\}$, 则 $L(A) =$ _____; 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 1 \leq x \leq 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$, 且 $L(A) = 8093$, 则正整数 n 的值是 _____.
16. 由 $a^2, 2-a, 4$ 所组成的集合记为 A .
- (1) 是否存在实数 a , 使得 A 中只含有一个元素? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.
- (2) 若 A 中只含有两个元素, 求 a 的值.

1.2 集合间的基本关系

一、选择题

1. 下列结论正确的是 ()
- A. $\emptyset = \{0\}$ B. $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$
 C. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}$ D. $\{a\} \in \{a, b, c\}$
2. [2024·浙江杭州高一期中] 若集合 $X = \{x \mid x > -1\}$, 则下列关系式中成立的为 ()
- A. $0 \subseteq X$ B. $\{0\} \in X$
 C. $\emptyset \in X$ D. $\{0\} \subseteq X$
3. 集合 $A = \{1, 2, 4\}$, 则集合 A 的真子集个数为 ()
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
4. 能正确表示集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ 和集合 $N = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 = x\}$ 关系的 Venn 图的是 ()



5. 已知集合 $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a+2\}$, $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值集合为 ()
- A. $\{2\}$ B. $\{-1, 2\}$
 C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$
6. 已知集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 ()
- A. $M = N$
 B. $M \subseteq N$
 C. $M \supseteq N$
 D. M 与 N 的关系不确定
7. [2024·福建南安侨光中学高一月考] 若 $x \in A$, 则 $\frac{1}{x} \in A$, 就称 A 是和美集合, 集合 $M = \left\{-1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1, 3\right\}$ 的所有非空子集中是和美集合的个数为 ()
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

8. (多选题) 下列关系中正确的是 ()
- A. $0 \in \{0\}$
 B. $\{0, 1\} = \{(0, 1)\}$
 C. $\{(a, b)\} = \{(b, a)\}$
 D. $\emptyset \subsetneq \{0\}$
9. (多选题) 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x \mid x \in A\}$, $C = \{x \mid x \subseteq A\}$, 则关于集合 A, B, C 之间的关系, 下列说法正确的有 ()
- A. $A = B$ B. $A \subsetneq B$
 C. $A \in C$ D. $A \subseteq C$

二、填空题

10. 若 $\{a^2, 0, -1\} = \{a, b, 0\}$, 则 $a - b =$ _____.
11. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$, 则集合 C 的真子集的个数为 _____.
12. 已知集合 $A = \{x \mid 2ax^2 + (2a - 8)x + 1 = 0\}$ 有且仅有两个子集, 则 a 的取值集合为 _____.

三、解答题

13. 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 2\}$, $N = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 < x < 2\}$.
- (1) 写出集合 M 的子集、真子集.
- (2) 求集合 N 的子集及其个数、真子集及其个数和非空真子集及其个数.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

14. 已知集合 $A = \{x \mid 2x \leq 3x + 1 \leq 2x + 4\}$, $B = \{x \mid m + 1 \leq x - m \leq 2\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

► 思维探索 选做题

15. 已知 $A = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ 满足: ① $x_i \in \{0, 1, 2, 3\} (i = 1, 2, 3, 4)$; ② 对任意的 $1 \leq i < j \leq 4, i, j \in \mathbf{N}$, 均有 $x_i \neq x_j$. 若 $B = (y_1, y_2, y_3, y_4)$, 其中 $y_1 = 0, y_2 = 1, y_3 = 2, y_4 = 3$, 且集合 $M = \{z \mid z = |x_i - y_i|\}$ 有 7 个真子集, 则满足条件的 A 的个数为_____.
16. 设集合 $A = \{x \mid x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
- (1) 若 $A = B$, 求 a 的值.
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集、交集

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x | x - 3 \leq 0\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{0, 2, 4\}$
C. $\{x | x \leq 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

2. [2024·广西玉林高一期中] 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2 < x < 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x | 2 < x \leq 4\}$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$
C. $\{x | 1 \leq x < 5\}$ D. $\{x | 1 < x < 5\}$

3. 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$
C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

4. [2024·重庆八中高一月考] 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 等于 ()

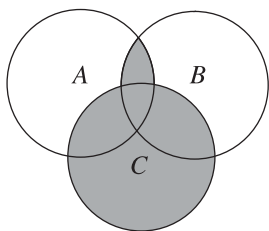
- A. 0 或 3 B. 0 或 $\sqrt{3}$
C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3 或 0

5. 设集合 A, B, C 均为非空集合, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $A \cap B = B \cap C$, 则 $A = C$
B. 若 $A \cup B = B \cup C$, 则 $A = C$
C. 若 $A \cup B = B \cap C$, 则 $C \subseteq B$
D. 若 $A \cap B = B \cup C$, 则 $C \subseteq B$

6. 下列表示图中的阴影部分的是 ()

- A. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
B. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
C. $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
D. $(A \cup B) \cap C$



7. [2024·重庆一中高一月考] 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $a < 2$ B. $-2 < a < 2$
C. $a > -2$ D. $a \geq 2$

8. (多选题)[2024·河南开封高一期中] 设集合 $A = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, $B = \{y | y = x^2 - 4\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \emptyset$
B. $A \cap B = A$
C. $A \cup B = B$
D. $A \cup B = \{-2, 2\}$

9. (多选题) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | -5 < x < 2\}$, $B = \{x | x^2 + 2ax + a^2 - 4 = 0\}$. 若 $A \cap B$ 中恰有 2 个元素, 则实数 a 的值可以为 ()

- A. 2 B. 1
C. -1 D. -2

二、填空题

10. 已知 $A = \{(x, y) | xy = 12\}$, $B = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{N}, y < x\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

11. 已知集合 $A = \{-2, 2a + 1, a^2 - 1\}$, $B = \{3, 2 - a, 2a - 4\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 则 $a =$ _____.

12. [2024·广东深圳名校高一联考] 某社区老年大学秋季班开课, 开设课程有舞蹈、太极、声乐. 已知秋季班课程共有 90 人报名, 其中有 45 人报名舞蹈, 有 26 人报名太极, 有 33 人报名声乐, 同时报名舞蹈和报名声乐的有 8 人, 同时报名声乐和报名太极的有 5 人, 没有人同时报名三门课程, 现有下列四个结论:

- ①同时报名舞蹈和报名太极的有 3 人;
②只报名舞蹈的有 36 人;
③只报名声乐的有 20 人;
④报名两门课程的有 14 人.

其中所有正确结论的序号是 _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 已知集合 $A = \{x \mid 4 \leq x < 8\}$, $B = \{x \mid 2 \leq x \leq 10\}$, $C = \{x \mid x < 2a\}$.

- (1) 求 $A \cup B$;
 (2) 若 $A \cap C \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

14. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + cx + 6 = 0\}$, $A \cup B = \{2, 3\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求 a, b, c 的值.

思维探索 选做题

15. (多选题) [2024 · 福建莆田四中高一月考] 1872 年德国数学家戴德金从连续性的要求出发, 用有理数的“分割”来定义无理数(史称“戴德金分割”). 将有理数集 \mathbf{Q} 划分为两个非空的子集 M 与 N , 且满足 $M \cup N = \mathbf{Q}$, $M \cap N = \emptyset$, M 中的每一个元素都小于 N 中的每一个元素, 则称 (M, N) 为戴德金分割. 下列说法中正确的是 ()

- A. 若 $M = \{x \in \mathbf{Q} \mid x < 0\}$, $N = \{x \in \mathbf{Q} \mid x > 0\}$, 则 (M, N) 为戴德金分割
 B. 存在 (M, N) 为戴德金分割, 使得 M 没有最大元素, N 有一个最小元素
 C. 存在 (M, N) 为戴德金分割, 使得 M 有一个最大元素, N 有一个最小元素
 D. 存在 (M, N) 为戴德金分割, 使得 M 没有最大元素, N 也没有最小元素

16. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + 4x - 5 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a+2)x + a^2 + 2a - 2 = 0\}$.

- (1) 若 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 a 的值;
 (2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

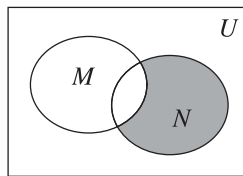


第2课时 集合的全集、补集

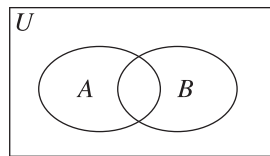
一、选择题

- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{2, 4, 6\}$ B. $\{1, 3, 5\}$
 C. $\{2, 4, 5\}$ D. $\{2, 5\}$
- 设全集 $U = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{-3, 2, 3\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{-3, 3\}$ B. $\{2\}$
 C. $\{1\}$ D. $\{-2, 1, 3\}$
- 已知全集 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 A 满足 $\complement_U A = \{0, 1, 3\}$, 则 $A =$ ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 2\}$
 C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{0\}$
- [2024·安徽阜阳三中高一月考] 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 $\complement_U A$ 的非空子集的个数为 ()
 A. 6 B. 7
 C. 8 D. 9
- 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{1, 6\}$ B. $\{6\}$
 C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 4, 5, 6\}$
- [2024·浙江宁波高一期中] 学校开运动会, 设全集为 U , $A = \{x | x \text{ 是参加 } 100 \text{ 米跑的同学}\}$, $B = \{x | x \text{ 是参加 } 200 \text{ 米跑的同学}\}$, $C = \{x | x \text{ 是参加 } 400 \text{ 米跑的同学}\}$. 学校规定, 每个参加上述比赛的同学最多只能参加两项比赛, 则可以正确说明这项规定的是 ()
 A. $(A \cap B) \cup C = \emptyset$
 B. $(A \cup B) \cap C = \emptyset$
 C. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \emptyset$
 D. $(A \cap B) \cap C = \emptyset$
- 设集合 $A = \{x | x \leq a\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, $(\complement_{\mathbb{R}} B) \cup A = A$, 则 a 的取值范围为 ()
 A. $a > 2$ B. $a < 2$
 C. $a \geq 2$ D. $a \leq 2$

- (多选题)[2024·河北保定部分高中高一联考] 如图, U 是全集, M, N 是 U 的两个子集, 则图中的阴影部分可以表示为 ()



- $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$
 - $(\complement_U M) \cap N$
 - $M \cup (\complement_U N)$
 - $N \cap \complement_U (M \cap N)$
- (多选题) 对于集合 A, B , 我们把集合 $\{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 叫作集合 A 和 B 的差集, 记作 $A - B$, 例如: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, 则有 $A - B = \{1, 2, 3\}$, $B - A = \{6, 7, 8\}$. 下列说法正确的是 ()
 A. 若 $A = \{4, 5, 6, 7, 9\}$, $B = \{3, 5, 6, 8, 9\}$, 则 $B - A = \{3, 7, 8\}$
 B. 若 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | -2 \leq x < 4\}$, 则 $A - B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 4\}$
 C. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $A \subseteq B$
 D. 若全集 U 、集合 A 、集合 B 的关系如图所示, 则 $A - B = A \cap (\complement_U B)$



二、填空题

- 已知全集 $U = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, $A = \{x | 1 \leq x < a\}$, 若 $\complement_U A = \{x | 2 \leq x \leq 5\}$, 则 $a =$ _____.
- [2024·浙江 A9 协作体联盟高一期中] 已知全集 $U = \{1, 2, m^2\}$, 集合 $A = \{2, m + 1\}$, $\complement_U A = \{m\}$, 则实数 m 的值为 _____.
- 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -2\}$, $B = \{x | a \leq x \leq 2a - 1\}$, 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 _____.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 设集合 $U = \{x | x \leq 5\}$, $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$.
求: (1) $A \cap B$; (2) $\complement_U(A \cup B)$; (3) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

14. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 + 4x + a = 0\}$, $B = \{x | x^2 + bx - 2 = 0\}$.
(1) 若集合 A 中恰有一个元素, 求实数 a 的值;
(2) 若 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

思维探索 选做题

15. 某社区需要招募志愿者进行连续 3 天的消防安全宣传工作, 第一天有 19 人参加, 第二天有 13 人参加, 第三天有 18 人参加, 其中, 前两天都参加的有 3 人, 后两天都参加的有 4 人, 则这三天参加的不同志愿者的总人数最少为_____.

16. [2024·浙江杭州重点中学高一期中] 定义 1: 通常我们把一个以集合作为元素的集合称为族.

定义 2: 集合 X 上的一个拓扑是以 X 的子集为元素的一个族 Γ , 它满足以下条件: ① \emptyset 和 X 在 Γ 中; ② Γ 的任意子集的元素 的并集在 Γ 中; ③ Γ 的任意有限子集的元素 的交集在 Γ 中.

(1) 若族 $P = \{\emptyset, X\}$, 族 $Q = \{x | x \subseteq X\}$, 判断族 P 与族 Q 是否为集合 X 的拓扑?

(2) 设有限集 X 为全集, 证明: $\complement_X(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = (\complement_X A_1) \cup (\complement_X A_2) \cup \cdots \cup (\complement_X A_n)$ ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$).

► 滚动习题 (一)

范围 1.1~1.3

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题(本大题共6小题,每小题5分,共30分)

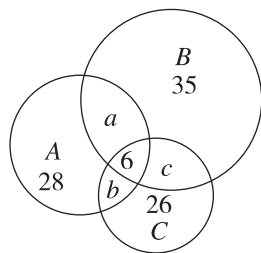
1. 已知集合 $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{3, 6, 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
- A. $\{3, 4, 5, 6\}$ B. $\{5, 6\}$
C. $\{3, 4, 6\}$ D. \emptyset
2. [2024·江苏扬州五校高一联考] 若集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, 则集合 A 中的元素个数为 ()
- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6
3. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()
- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{5\}$
C. $\{0, 5\}$ D. $\{2, 4\}$
4. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, A, B 是 U 的两个子集, 集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, 则满足 $A \cap B = \{1, 2\}$ 的集合 B 共有 ()
- A. 4个 B. 8个
C. 6个 D. 2个
5. [2024·天津河西区高一期中] 已知集合 $A = \{2, -2\}$, $B = \{x | x^2 - ax + 4 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值集合为 ()
- A. $\{a | -4 < a < 4\}$
B. $\{a | -2 < a < 2\}$
C. $\{-4, 4\}$
D. $\{a | -4 \leq a \leq 4\}$
6. 设集合 $M = \{x | (x - a)(x - 3) = 0\}$, $N = \{x | (x - 4)(x - 1) = 0\}$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 若 $M \cup N = \{1, 3, 4\}$, 则 $M \cap N = \emptyset$
B. 若 $M \cup N = \{1, 3, 4\}$, 则 $M \cap N \neq \emptyset$
C. 若 $M \cap N = \emptyset$, 则 $M \cup N$ 中有4个元素
D. 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 $M \cup N = \{1, 3, 4\}$

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

7. 已知非空集合 M 满足: ① $M \subseteq \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $x \in M$, 则 $x^2 \in M$. 则集合 M 可能是 ()
- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 1, 2, 4\}$
C. $\{1\}$ D. $\{1, -2, 2\}$
8. 已知 $A = \{x | x = 3n + 2, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x = 5n + 3, n \in \mathbf{N}^*\}$, $C = \{x | x = 7n + 2, n \in \mathbf{N}^*\}$, 若 $x \in (A \cap B \cap C)$, 则 x 的值可以为 ()
- A. 23 B. 38
C. 128 D. 233

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

9. 集合 $\left\{a \mid \frac{6}{a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{N}\right\}$ 用列举法表示为 _____.
10. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 4, x, y \in \mathbf{N}^*\}$, 则 A 的真子集有 _____ 个.
11. [2024·河北师大附中高一月考] 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} | -5 < x \leq 4\}$, $A \subseteq U, B \subseteq U$, 且 $(\complement_U A) \cap B = \{-2, 3\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{-4, 4\}$, $A \cap B = \emptyset$, 则集合 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ _____.
12. 某社团有若干名社员, 他们至少参加了 A, B, C 三项活动中的一项. 已知参加 A 活动的有 51 人, 参加 B 活动的有 60 人, 参加 C 活动的有 50 人, 如图, 则图中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.



班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8

四、解答题(本大题共 3 小题,共 38 分)

13. (10 分)[2024·辽宁沈阳高一期中] 已知集合 $A = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 7\}$, $C = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$.
- (1) 当 $a = -1$ 时,求 $(A \cap B) \cup C$;
- (2) 若 $A \cup C = \mathbf{R}$,且 a 为整数,求 $\complement_B A$.

14. (13 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$,其中 $a \in \mathbf{R}$.
- (1) 若集合 A 中有且仅有一个元素,求实数 a 组成的集合 B .
- (2) 若集合 A 中至多有一个元素,求实数 a 的取值范围.

15. (15 分) 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | m - 1 \leq x \leq m + 1\}$.
- (1) 若 $m = 1$,求 $A \cup B$;
- (2) 在① $\complement_{\mathbf{R}} A \subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$,② $A \cup B = A$,③ $A \cap B = B$ 中任选一个作为已知,求实数 m 的取值范围.
- 注:若选择多个条件分别解答,则按第一个解答计分.

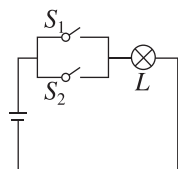
1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

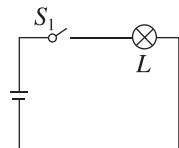
一、选择题

1. 设 a 是实数, 则 $a > 2$ 的一个必要条件是 ()
- A. $a > 3$ B. $a < 1$
C. $a < 5$ D. $a > 1$
2. 使不等式 $-5x + 3 \geq 0$ 成立的一个充分条件是 ()
- A. $x < 0$ B. $x \geq 0$
C. $x \leq 1$ D. $x > 1$
3. 下列选项中, p 不是 q 的充分条件的是 ()
- A. $p: a$ 是无理数, $q: a^2$ 是无理数
B. $p: 四边形为等腰梯形, q: 四边形对角线相等$
C. $p: x > 2, q: x \geq 1$
D. $p: a = b, q: ac^2 = bc^2$
4. 若集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}, Q = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 5\}$, 则“ $x \in P$ ”是“ $x \in \complement_{\mathbb{R}} Q$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 既是充分条件又是必要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. 若不等式 $-a < x < a$ 成立的一个充分条件为 $0 < x < 1$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $0 < a \leq 1$ B. $0 < a < 1$
C. $a \geq 1$ D. $a > 1$
6. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 则“ $ab = 0$ ”的一个充分条件是 ()
- A. $a - b = 0$ B. $a + b = 0$
C. $a^2 - b^2 = 0$ D. $a^2 + b^2 = 0$
7. [2024 · 江西部分学校高一月考] 下列说法错误的是 ()
- A. $a \in \mathbb{Q}$ 是 $a \in \mathbb{R}$ 的充分不必要条件
B. $|x| = |y|$ 是 $x = y$ 的必要不充分条件
C. $x^2 > 1$ 是 $x > 1$ 的充分不必要条件
D. $a + b < 0$ 是 $a < 0$ 且 $b < 0$ 的必要不充分条件

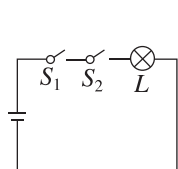
8. (多选题) 设计如图所示的四个电路图, 条件 A : 开关 S_1 闭合; 条件 B : 灯泡 L 亮. 则满足 A 是 B 的必要条件的电路图为 ()



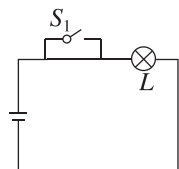
A



B



C



D

9. (多选题) 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | x < m + 1\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$ 的一个充分不必要条件可以是 ()
- A. $m \leq -2$ B. $m < -2$
C. $m < 2$ D. $-4 < m < -3$

二、填空题

10. 已知 α : 四边形 $ABCD$ 是正方形, β : 四边形 $ABCD$ 的四个角都是直角, 则 α 是 β 的 _____ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“既充分又必要”或“既不充分也不必要”)
11. [2024 · 北京延庆区高一期中] 使 $2x > 3$ 成立的一个充分不必要条件为 _____.
12. [2024 · 福州一中高一期中] 已知 p : 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负实根, 若 p 为真命题的一个必要不充分条件为 $a \leq m + 1$, 则实数 m 的取值范围是 _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 判断下列情况中 p 是 q 的什么条件.

- (1) 设 x, y 是实数, $p: x > y, q: |x| > |y|$;
 (2) $p: a \in \mathbf{N}, q: a \in \mathbf{Z}$;
 (3) 设点 A 与 D 不重合, p : 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中线上, $q: S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$.

14. [2024 · 浙江台州一中高一期中] 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid 2m < x < 1 - m\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若 $p: x \in A, q: x \in B, p$ 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围.

思维探索 选做题

15. [2024 · 人大附中高一月考] 已知 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, $A = \{y \mid y = x - [x]\}$, $B = \{y \mid 0 \leq y \leq m\}$, 若 $y \in A$ 是 $y \in B$ 的充分不必要条件, 则 m 的取值范围是_____.
16. 设集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}, B = \{x \mid 2 - m \leq x \leq 2m - 3\}$.
- (1) 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

1.4.2 充要条件

一、选择题

1. “ $x > 4$ ”是“ $x > 2$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. [2024·天津河北区高一期中] “两个三角形相似”是“两个三角形的三边对应成比例”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. “ $a = 0$ ”是“关于 x 的不等式 $ax - b \geq 1$ 的解集为 \mathbf{R} ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
4. [2024·河南开封高一期中] 已知集合 $A = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x = 6z, z \in \mathbf{N}\}$, 则“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. 一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0 (a \neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充分不必要条件可以是 ()
A. $a < 0$ B. $a > 0$
C. $a < -1$ D. $a > 1$
6. [2024·重庆八中高一月考] 已知 p 是 r 的充分条件, q 是 r 的充分不必要条件, s 是 r 的必要条件, p 是 s 的必要条件, 现有下列命题: ① r 是 p 的必要不充分条件; ② r 是 s 的充分不必要条件; ③ q 是 p 的充分不必要条件; ④ s 是 q 的充要条件. 其中所有的真命题是 ()
A. ①④ B. ②③
C. ③ D. ④
7. [2024·北京八一学校高一月考] 设 $p: \frac{1}{2} \leq x \leq 1$; $q: a \leq x \leq a + 1$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $0 < a < \frac{1}{2}$
B. $0 < a \leq \frac{1}{2}$
C. $0 \leq a < \frac{1}{2}$
D. $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$
8. (多选题) $ab > 0$ 的一个充分不必要条件可以是 ()
A. $a > 0, b > 0$
B. $a + b > 0$
C. $a < 0, b < 0$
D. $a > 1, b > 1$
9. (多选题) 下列选项中, p 是 q 的充要条件的有 ()
A. $p: \triangle ABC$ 有两条边上的高相等, $q: \triangle ABC$ 是等腰三角形
B. $p: x, y$ 均为无理数, $q: x + y$ 为无理数
C. $p: |a + b| = |a| + |b|$, $q: ab > 0$
D. $p: \text{函数 } y = ax^2 + bx + c \text{ 的图象经过点 } (1, 0)$, $q: a + b + c = 0$

二、填空题

10. 下列条件可作为“两条直线平行”的充要条件的是_____. (填序号)
①同位角相等; ②内错角相等; ③同旁内角互补; ④同旁内角相等.
11. [2024·广东深圳高一期中] 设集合 $A = \{x \mid x > 2\}$, $B = \{x \mid x < 0\}$, $C = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$, 则“ $x \in (A \cup B)$ ”是“ $x \in C$ ”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)
12. 抛物线 $y = x^2 + mx + 1$ 关于直线 $x = 1$ 对称的充要条件是 $m =$ _____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

13. 指出下列各题中 p 是 q 的什么条件(在“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”中选一个作答).

(1) $p: x-3=0, q: (x-2)(x-3)=0$;

(2) p : 两个三角形相似, q : 两个三角形全等;

(3) p : 关于 x 的方程 $ax^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根, $q: a > -1$;

(4) $p: A \cup B = A, q: A \cap B = B$.

14. 求证: 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过坐标原点的充要条件是 $b=0$.

思维探索 选做题

15. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid \text{点}(x-1, x-a) \text{不在第一、三象限}\}$, 集合 $B = \{t \mid 1 \leq t < 3\}$, 若“ $y \in B$ ”是“ $y \in A$ ”的必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$. 判断“ $a-b+c=0$ ”是“一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为 -1 ”的什么条件? 并说明理由.

1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

一、选择题

1. 下列命题中为全称量词命题的是 ()
- A. 有些实数没有倒数
B. 所有的矩形都有外接圆
C. 存在一个实数与它的相反数的和为 0
D. 过直线外一点有一条直线和已知直线平行
2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 3$ ”的另一种写法是 ()
- A. 有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
B. 有一些 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
C. 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 > 3$
D. 至少有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
3. 已知集合 $P = \{1, 2, 4, 5, 6\}$, $M = \{2, 4, 6\}$, 则下列命题中为真命题的是 ()
- A. $\forall x \in P, x \in M$
B. $\forall x \in P, x \notin M$
C. $\exists x \in M, x \notin P$
D. $\exists x \in P, x \notin M$
4. 下列命题为真命题的是 ()
- A. 每一个二次函数的图象都开口向上
B. 存在一条直线与两条相交直线都平行
C. 梯形的对角线相等
D. 有些菱形是正方形
5. 下列命题中, 既是全称量词命题又是真命题的是 ()
- A. 每一个命题都能判断真假
B. 存在一条直线与两条相交直线都平行
C. 对任意实数 a, b , 若 $a < b$, 则 $a^2 < b^2$
D. 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$
6. 下列存在量词命题中是假命题的是 ()
- A. 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使 $2x - x^3 = 0$
B. 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + x + 1 = 0$
C. 有的素数是偶数
D. 有的有理数没有倒数
7. [2024 · 江西部分学校高一月考] 已知命题“存在 $x \in \{x | 0 < x < 3\}$, 使得 $2x - m = 0$ 成立”是假命题, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $m \leq 0$ 或 $m \geq 6$
B. $m < 0$ 或 $m > 6$
C. $m < 0$ 或 $m \geq 6$
D. $m \leq 0$ 或 $m > 6$
8. (多选题) 下列命题中是存在量词命题的是 ()
- A. 有些自然数是 13 的约数
B. 正方形是菱形
C. 能被 6 整除的数也能被 3 整除
D. 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $|x| \leq 0$
9. (多选题) [2024 · 安徽桐城中学高一月考] 若“ $\forall x \in M, |x| > x$ ”为真命题, “ $\exists x \in M, x > 3$ ”为假命题, 则集合 M 可以是 ()
- A. $\{x | x < -5\}$
B. $\{x | -3 < x \leq -1\}$
C. $\{x | x > 3\}$
D. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

二、填空题

10. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 = 0$ ”是_____ (填“全称量词命题”或“存在量词命题”), 它是_____ (填“真”或“假”)命题.
11. [2024 · 福建厦门十中高一月考] 已知命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.
12. 已知真分数 $\frac{a}{b}$ ($b > a > 0$) 满足 $\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b}, \frac{a+2}{b+2} > \frac{a+1}{b+1}, \frac{a+3}{b+3} > \frac{a+2}{b+2}, \dots$. 根据上述性质, 写出一个全称量词命题为_____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 指出下列命题中,哪些是全称量词命题,哪些是存在量词命题,并判断其真假.

- (1)对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 1 \geq 2$;
- (2)存在一个四边形不是平行四边形;
- (3)直角坐标系内任何一条直线都与 x 轴有交点;
- (4)每个二次函数都有最小值;
- (5)存在实数 x , 使得 $x^2 - 3x - 4 = 0$;
- (6)存在一对整数 x, y , 使得 $2x + 4y = 6$.

14. 若对于一切 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$, 都有 $|x| > ax$, 求实数 a 的取值范围.

思维探索 选做题

15. [2024 · 山东青岛平度一中高一月考] 命题

“ $\exists x \in \mathbf{R}, 4x^2 + (a-2)x + \frac{1}{4} = 0$ ”是假命题的

一个必要不充分条件是 ()

- A. $a < 0$ B. $0 \leq a \leq 4$
 C. $a \geq 4$ D. $0 < a < 4$

16. 已知函数 $y = x^2 - 2x + 5$.

(1)若命题“对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $m + y > 0$ 恒成立”为真命题, 求实数 m 的取值范围;

(2)若命题“存在实数 x 使不等式 $m - y > 0$ 成立”为真命题, 求实数 m 的取值范围.



1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

一、选择题

1. [2024·杭州高级中学高一期中] 命题 $p: \forall x \in \mathbf{N}, x^3 > x^2$ 的否定为 ()
- A. $\forall x \in \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$ B. $\exists x \notin \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$
C. $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$ D. $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 < x^2$
2. [2024·河北保定部分高中高一联考] 命题“存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x + \sqrt{11}$ 是无理数”的否定是 ()
- A. 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
B. 存在 $x \notin \mathbf{Q}$, 使得 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
C. 对任意 $x \notin \mathbf{Q}$, 都有 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
D. 对任意 $x \in \mathbf{Q}$, 都有 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
3. 命题“任意圆的内接四边形是矩形”的否定为 ()
- A. 每一个圆的内接四边形是矩形
B. 有的圆的内接四边形不是矩形
C. 所有圆的内接四边形不是矩形
D. 存在一个圆的内接四边形是矩形
4. 设命题 p : 任一实数的平方都不小于 0, 则命题 p 的否定是 ()
- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 0$
B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$
5. 下列结论中正确的个数是 ()
- ①命题“所有的四边形都是矩形”是存在量词命题;
②命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 < 0$ ”是全称量词命题;
③命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ”的否定为“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ”;
④命题“ $a > b$ 是 $ac^2 > bc^2$ 的必要条件”是真命题.
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
6. [2024·福建三明高一期中] 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4x + a \neq 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $a \leq 4$ B. $a < 4$
C. $a < -4$ D. $a \geq -4$
7. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq a\}$, 集合 $B = \{x | m^2 + 3 \leq x \leq m^2 + 4\}$, 若命题“ $\exists m \in \mathbf{R}, A \cap B \neq \emptyset$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为 ()
- A. $a < 3$ B. $a < 4$
C. $1 < a < 5$ D. $0 < a < 4$
8. (多选题) 下列命题的否定为假命题的是 ()
- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$
B. 所有的正方形都是矩形
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$
D. 至少有一个实数 x , 使 $x^2 - 2 = 0$
9. (多选题) 命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$, 使 $\sqrt{x} = \sqrt{2x+1}$, 命题 $q: \forall x \in (0, +\infty)$, 有 $x^2 < x^3$, 则 ()
- A. p 的否定是假命题
B. q 的否定是真命题
C. p 是存在量词命题
D. q 是全称量词命题

二、填空题

10. 命题“对于所有的实数 x , 都有 $x^2 - x + 1 = 0$ ”可用符号记为 _____, 该命题的否定为 _____.
11. 命题“ $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 - x + 1 \in \mathbf{Z}$ ”为 _____ (填“真”或“假”)命题, 其否定为 _____.
12. 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x - a = 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 写出下列命题的否定,并判断所得命题的真假.

- (1) 存在一个四边形,它的对角线互相垂直;
- (2) 某些平行四边形是菱形;
- (3) 所有二次函数的图象都开口向上;
- (4) 存在 $x \in \mathbf{Q}$,使得 $x^2 = 6$.
- (5) 不论 m 取何实数,方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 都有实数根;
- (6) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 > 0$.

14. 已知命题 $p: \forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, a \geq x + 1$,命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 + 5x + a = 0$,若 p 的否定是假命题, q 是真命题,求实数 a 的取值范围.

思维探索 选做题

15. (多选题)下列说法中正确的是 ()
- A. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > x$ ”的否定是假命题
 - B. 命题“ $\exists m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2 + 1} \in \mathbf{N}$ ”的否定是假命题
 - C. 命题“线段的垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等”的否定是真命题
 - D. 命题“至少有一个整数 n ,使 $n^2 + n$ 为奇数”的否定是真命题
16. 某学校开展小组合作学习模式,高二某班某组王小一同学给组内王小二同学出题如下:若“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m \leq 0$ ”是假命题,求 m 的取值范围.王小二略加思索,反手给了王小一一道题:若“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m > 0$ ”是真命题,求 m 的取值范围.你认为两位同学出的题中 m 的取值范围是否一致?请说明理由.

► 滚动习题 (二)

范围 1.4~1.5

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

- “所有的长方体都有 12 条棱”的否定是 ()
A. 所有的长方体都没有 12 条棱
B. 有些长方体没有 12 条棱
C. 有些长方体有 12 条棱
D. 所有的长方体不都有 12 条棱
- [2024·济南高一期中] 已知 $p:0 < x < 1$, 那么 p 的一个充分条件是 ()
A. $1 < x < 3$ B. $-1 < x < 1$
C. $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2} < x < 5$
- 命题“ $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$ ”的否定是 ()
A. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
B. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$
C. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
D. $\exists x \notin \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- 已知集合 $A = \{1, 2, a\}, B = \{1, 2, 3\}$, 则“ $a = 3$ ”是“ $A = B$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- [2024·浙南名校联盟高一月考] 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 则“ $(x_1^3 - x_2^3)x_1^2 < 0$ ”是“ $x_1 < x_2$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0 (a \in \mathbf{R})$, 则 p 为真命题的一个充分不必要条件是 ()
A. $a > -2$ B. $a < 2$
C. $a \leq 1$ D. $a < 0$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

- [2024·海南华中师大琼中附中高一月考] 下列命题中为真命题的是 ()
A. $\exists x \in \mathbf{N}, \sqrt{x^2 + 1} \in \mathbf{N}$

B. 存在集合 A , 使得 $A \subseteq \emptyset$

C. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 - 2x + 1 > 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}, 3x^2 + 1 \neq 0$

- “关于 x 的方程 $x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ 至多有一个实数根”的必要条件可以是 ()

A. $-1 < m < 3$

B. $-2 < m < 4$

C. $m < 4$

D. $-1 \leq m < 2$

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- 若“ $x = 2$ ”是“ $x^2 - 2x + c = 0$ ”的充分条件, 则 $c =$ _____.

- 命题“存在一个实数对 (x, y) , 使 $2x + 3y + 3 < 0$ 成立”的否定是“_____”.

- 已知 $A = \{x \mid |x| < 2\}, B = \left\{ x \mid \begin{cases} x+2 > 0, \\ x+a < 0 \end{cases} \right\}$, 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

- 对任意 $x \in \{x \mid -2 < x < 4\}$, 一次函数 $y = 2x - m$ 的图象总在 x 轴下方, 则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题(本大题共 3 小题,共 38 分)

- (10 分)[2024·贵州遵义高一期中] 判断下列命题是全称量词命题, 还是存在量词命题, 写出它们的否定并判断所得命题的真假.

(1) $|a - b| \leq |a| + |b|$ 对一切实数 a, b 恒成立;

(2) 至少存在一对整数 x, y , 使得 $8x - 3y = 11$ 成立;

(3) 有些正方形的对角线不互相垂直.

班级	
姓名	
答题区	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

14. (13分) 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + a^2 + a - 2 = 0$ 有实数根, $q: m - 1 \leq a \leq m + 3$.
- (1) 若 p 的否定是真命题, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

15. (15分) 已知 a, b, c 均为实数, 证明: “ $ac < 0$ ”是“关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个正根和一个负根”的充要条件.